Algebraische Geometrie 2
Sommersemester 2016
Frederik Witt / Tillmann Jentsch

Universität Stuttgart

Blatt 2

Aufgabe 1: Zum Krullschen Hauptidealsatz

Sei $n \neq 2$ und $\mathfrak{p}_0 \subsetneq \mathfrak{p}_1 \subsetneq \ldots \subsetneq \mathfrak{p}_n$ eine strikte Kette von Primidealen in einem Noetherschen Ring A. Weiter sei $a \in \mathfrak{p}_n$. Zeigen Sie: Es gibt eine strikte Kette von Primidealen $\mathfrak{p}_0 \subsetneq \mathfrak{p}'_1 \subsetneq \ldots \subsetneq \mathfrak{p}'_{n-1} \subsetneq \mathfrak{p}_n$ so dass $a \in \mathfrak{p}'_1$.

Aufgabe 2: Schnitt mit einer Hyperfläche

Sei $X \subset \mathbb{A}^n$ eine affine Varietät der Dimension r. Weiterhin sei $H \subset \mathbb{A}^n$ eine Hyperfläche (d.h. $\operatorname{codim} H = 1$), so dass X nicht in H enthalten ist. Zeigen Sie: Jede irreduzible Komponente von $X \cap H$ ist $r-1$-dimensional.

Hinweis: Benutzen Sie den Krullschen Hauptidealsatz.

Aufgabe 3: Hyperflächen im projektiven Raum

Eine projektive Varietät $X \subset \mathbb{P}^n$ ist genau dann eine Hyperfläche (d.h. $\operatorname{codim} X = 1$), wenn $X = \mathcal{Z}(f)$ für ein irreduzibles, homogenes Polynom f positiven Grades ist.