



Spingeometrie und Dirac-Operatoren

Übungsblatt 1

1. Sei $E \rightarrow M$ ein komplexes Vektorbündel vom Rang n . Beweisen Sie folgende Formeln für die erste Chern-Klasse:

$$c_1(\Lambda^2 E) = (n-1)c_1(E) \quad \text{und} \quad c_1(\text{Sym}^2 E) = (n+1)c_1(E)$$

2. Seien E_1 und E_2 zwei reelle Vektorbündel. Beweisen Sie folgende Summenformel für die Eulerklasse:

$$e(E_1 \oplus E_2) = e(E_1) \cdot e(E_2) .$$

3. Beweisen Sie folgende Beziehung zwischen dem Todd-Geschlecht und der Euler-Charakteristik einer kompakten Fläche M :

$$\text{Td}(M) = \frac{1}{2}\chi(M) .$$

4. Berechnen Sie das A-Dach-Geschlecht der Sphären S^n .