

**Seminar  
Ankündigung  
Sommersemester  
2023**

# Der Laplace-Operator

**Prof. Uwe Semmelmann**

Der Laplace-Operator  $\Delta$  ist ein fundamentaler Differentialoperator, wichtig in Theorie und Anwendungen. Er lässt sich nicht nur auf dem  $\mathbb{R}^n$  definieren, sondern auch auf gekrümmten Mengen, z.B. Kugeloberflächen, oder allgemeiner auf sogenannten Riemannschen Mannigfaltigkeiten.

Der Laplace-Operator hat bemerkenswerte analytische Eigenschaften, z. B. ist er elliptisch und hat damit auf kompakten Mannigfaltigkeiten eine diskrete Menge von Eigenwerten (= Spektrum).

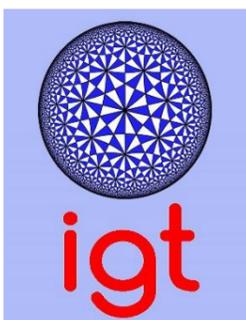
Erst auf gekrümmten Mannigfaltigkeiten sieht man, dass spektrale Eigenschaften von  $\Delta$  eng zusammenhängen mit topologischen und geometrischen Eigenschaften der zugrundeliegenden Mannigfaltigkeit. Zum Berechnen des Spektrums braucht man oft algebraische Hilfsmittel. Ziel des Seminars ist es, dieses Wechselspiel von Analysis, Geometrie, Topologie und Algebra (Darstellungstheorie) kennenzulernen.

**Themen des Seminars** sind z.B.:

- analytischen Eigenschaften von  $\Delta$
- Berechnung des Spektrums auf Sphären und Tori
- Das Gegenbeispiel von Milnor: gleiches Spektrum impliziert nicht gleiche Mannigfaltigkeiten. Eine Antwort auf die berühmte Frage: *Can you hear the shape of the drum?*

**Voraussetzungen:**

- Grundvorlesungen in Analysis und linearer Algebra
- nach Möglichkeit Differentialgeometrie
- Grundbegriffe der Riemannschen Geometrie, z.B. Metrik, Levi-Civita Zusammenhang, Krümmung. (Das Seminar bietet auch eine Einführung in die Riemannsche Geometrie.)



**Institut für Geometrie und Topologie**  
Pfaffenwaldring 57  
70569 Stuttgart

