

# Hauptseminar: De Rham-Kohomologie

Uwe Semmelmann (IGT)

11. Juli 2018

## Definition: De Rham-Kohomologie

Sei  $M$  eine Mannigfaltigkeit,  $\Omega^k$  der Raum der  $k$ -Formen auf  $M$  und  $d$  das Differential. Dann definiert man:

$$H_{dR}^k(M) = \ker(d : \Omega^k \rightarrow \Omega^{k+1}) / \operatorname{im}(d : \Omega^{k-1} \rightarrow \Omega^k).$$

## Eigenschaften

- 1 topologische Invariante
- 2 für kompakte Mannigfaltigkeiten  $M$ :
  - endlich-dimensionale Vektorräume
  - isomorph zum Raum der harmonischen Formen:  $\ker \Delta$
- 3  $M \mapsto H_{dR}^k(M)$  ist ein Funktor
- 4 isomorph zur singulären Kohomologie  $H_{sing}^k(M, \mathbb{R})$

## Ziel des Seminars

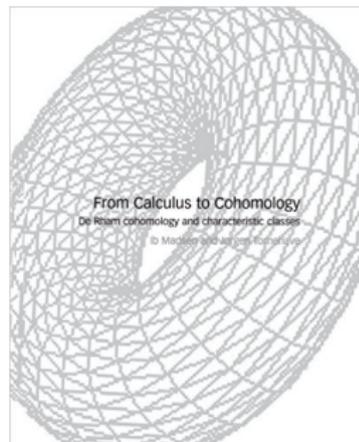
- Einführung der de Rham-Kohomologie und Beweis ihrer wichtigsten Eigenschaften
- Berechnung der de Rham-Kohomologie für einige Beispiele, z.B. Sphären, projektive Räume
- Anwendungen auf Vektorfelder, z.B. Satz vom Igel
- Gezeigt werden soll das Zusammenspiel von Analysis, Geometrie, Topologie und Algebra.

## Vortragsthemen:

- 1 Einführung der de Rham-Kohomologie
- 2 Kohomologie von Ketten-Komplexen
- 3 Mayer-Vietoris Sequenz
- 4 Abbildungsgrad, Verschlingungszahl
- 5 Index von Vektorfeldern, Poincare-Hopf Theorem
- 6 de Rham-Kohomologie von  $\mathbb{C}P^n$
- 7 Vektorbündel, Zusammenhang und Krümmung
- 8 Charakteristische Klassen komplexer Vektorbündel

## Literatur zum Seminar

- I. Madsen, J. Tornehave:  
*From Calculus to Cohomology*
- R. Bott, L. Tu:  
*Differential forms in algebraic topology*



## Vorkenntnisse, Kontakt, Fragen, Anmeldung:

- **Vorkenntnisse:** Topologie und Differentialgeometrie
- **Anmeldung per Email:**  
[uwe.semmelmann@mathematik.uni-stuttgart.de](mailto:uwe.semmelmann@mathematik.uni-stuttgart.de)
- Vortragsliste auf der homepage (demnächst)
- **Vortragsvergabe und Vorbesprechung:**  
Donnerstag, 12. Juli, 11:15, IGT-Seminarraum 7.530  
im Anschluss an die Geometrie-Vorlesung bzw. per Email.