

Hauptseminar: De Rham-Kohomologie

Uwe Semmelmann (IGT)

11. Juli 2018

Definition: De Rham-Kohomologie

Sei M eine Mannigfaltigkeit, Ω^k der Raum der k -Formen auf M und d das Differential. Dann definiert man:

$$H_{dR}^k(M) = \ker(d : \Omega^k \rightarrow \Omega^{k+1}) / \operatorname{im}(d : \Omega^{k-1} \rightarrow \Omega^k).$$

Eigenschaften

- 1 topologische Invariante
- 2 für kompakte Mannigfaltigkeiten M :
 - endlich-dimensionale Vektorräume
 - isomorph zum Raum der harmonischen Formen: $\ker \Delta$
- 3 $M \mapsto H_{dR}^k(M)$ ist ein Funktor
- 4 isomorph zur singulären Kohomologie $H_{sing}^k(M, \mathbb{R})$

Ziel des Seminars

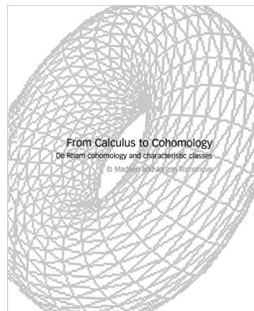
- Einführung der de Rham-Kohomologie und Beweis ihrer wichtigsten Eigenschaften
- Berechnung der de Rham-Kohomologie für einige Beispiele, z.B. Sphären, projektive Räume
- Anwendungen auf Vektorfelder, z.B. Satz vom Igel
- Gezeigt werden soll das Zusammenspiel von Analysis, Geometrie, Topologie und Algebra.

Vortragsthemen:

- 1 Einführung der de Rham-Kohomologie
- 2 Kohomologie von Ketten-Komplexen
- 3 Mayer-Vietoris Sequenz
- 4 Abbildungsgrad, Verschlingungszahl
- 5 Index von Vektorfeldern, Poincare-Hopf Theorem
- 6 de Rham-Kohomologie von $\mathbb{C}P^n$
- 7 Vektorbündel, Zusammenhang und Krümmung
- 8 Charakteristische Klassen komplexer Vektorbündel

Literatur zum Seminar

- I. Madsen, J. Tornehave:
From Calculus to Cohomology
- R. Bott, L. Tu:
Differential forms in algebraic topology



Vorkenntnisse, Kontakt, Fragen, Anmeldung:

- **Vorkenntnisse:** Topologie und Differentialgeometrie
- **Anmeldung per Email:**
uwe.semmelmann@mathematik.uni-stuttgart.de
- Vortragsliste auf der homepage (demnächst)
- **Vortragsvergabe und Vorbesprechung:**
Donnerstag, 12. Juli, 11:15, IGT-Seminarraum 7.530
im Anschluss an die Geometrie-Vorlesung bzw. per Email.