



**Vorlesung: Kähler-Mannigfaltigkeiten**  
**Übungsblatt 6**

1. Sei  $\varphi$  eine exakte, reelle  $(1, 1)$ -Form auf einer kompakten Kähler-Mannigfaltigkeit  $M$ . Zeigen Sie, dass eine reelle Funktion  $u$  existiert, so dass  $\varphi = i \partial \bar{\partial} u$  gilt. Diese Aussage nennt man auch das globale  $\partial \bar{\partial}$ -Lemma.
2. Beweisen Sie, dass es auf kompakten Kähler-Mannigfaltigkeiten kein globales Kähler-Potential geben kann.
3. Beweisen Sie folgende Aussage: Sei  $(M, h)$  eine kompakte Kähler-Mannigfaltigkeit mit  $b_2(M) = 1$ . Dann ist die Metrik  $h$  Einstein, falls die Sklarkrümmung von  $h$  konstant ist.
4. Beweisen Sie auf dem Raum der  $k$ -Formen einer Kähler-Mannigfaltigkeit  $M^{2m}$  die Formel:

$$[L^s, \Lambda] = s(k - m) L^{s-1} .$$

Die Aufgaben sollen dann in der Übung vom **20. Dezember 2019** besprochen werden.