Universität Stuttgart

Institut für Geometrie und Topologie

Uwe Semmelmann
Zimmer: 7.544

Wintersemester 2019/20

Vorlesung: Kähler-Mannigfaltigkeiten
Übungsblatt 2

1. Zeigen Sie, dass das tautologische Geradenbündel auf dem komplex projektiven Raum keine nicht-trivialen holomorphen Schnitte besitzt.

2. Sei H das zum tautologischen Geradenbündel duale Geradenbündel, das sogenannte Hyperebenenbündel. Finden Sie eine lokale Trivialisierung und bestimmen Sie die Dimension des Raumes der holomorphen Schnitte von H.

3. Sei (M, J) eine komplexe Mannigfaltigkeit mit einer parallelen komplexen Struktur J (bzgl. des Levi-Civita Zusammenhangs einer Riemannschen Metrik). Beweisen Sie, dass dann ein Vektorfeld X genau dann reell-holomorph ist, wenn für alle Vektorfelder Y eine der folgenden beiden Gleichung erfüllt ist:

$$\nabla_{JY} X = J \nabla_Y X \qquad \text{oder} \qquad \nabla^{10} X_{01} = 0 \ ,$$

dabei ist X_{01} die Projektion des reellen Vektorfeldes X auf $T^{01}M$ und ∇^{10} die Projektion des Levi-Civita Zusammenhangs auf $\Omega(T^*M \otimes TM)$.

4. Zeigen Sie, dass eine hermitesche Struktur auf einem komplexen Vektorbündel E einen Isomorphismus des dualen Bündels E^* und des konjugierten Bündels $\bar{E}$ definiert.

Die Aufgaben sollen dann in der Übung vom **15. November 2019** besprochen werden.