Universität Stuttgart

Institut für Geometrie und Topologie

Mark Hamilton
Zimmer 7.548 V57

Wintersemester 2012/13

Differentialgeometrie (Prof. Semmelmann)

Übungsblatt 10

1*. Seien (M, ω) eine symplektische Mannigfaltigkeit und $f, g \in C^\infty(M)$ differenzierbare Funktionen.

a) Zeigen Sie, dass in Darboux-Koordinaten gilt:

$$\{f, g\} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial g}{\partial q_i} - \frac{\partial f}{\partial q_i} \frac{\partial g}{\partial p_i} \right).$$

b) Beweisen Sie, dass für die Hamilton-Vektorfelder gilt $[X_f, X_g] = X_{\{f,g\}}$.

2. Sei $\omega \in \Omega^2(S^2)$ die durch

$$\omega_p(v, w) = \langle p, v \times w \rangle, \text{ für } v, w \in T_p S^2 \subset \mathbb{R}^3,$$

definierte 2-Form, wobei $\times$ das Vektorkreuzprodukt auf $\mathbb{R}^3$ ist. Zeigen Sie, dass ω eine symplektische Form auf S^2 ist.

3. Sei ω eine beliebige Differentialform auf der Mannigfaltigkeit N und $f\colon M \to N$ eine differenzierbare Abbildung. Beweisen Sie, dass

$$d(f^*\omega) = f^* d\omega.$$

4*. Beweisen Sie die Formel

$$d\omega(X, Y) = L_X(\omega(Y)) - L_Y(\omega(X)) - \omega([X, Y]),$$

für eine 1-Form ω und Vektorfelder X und Y, ohne die Folgerung aus dem Satz über die Cartan-Formel zu verwenden.

Bitte geben Sie Ihre Lösungen zu den mit einem Stern markierten Aufgaben am **Montag, den 7. Januar 2013** in der Übung ab. Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und alles Gute für das neue Jahr!