Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Uwe Semmelmann

Universität
Stuttgart

Vorlesungsankündigung Sommersemester 2013

Differentialoperatoren auf Mannigfaltigkeiten

Dozent:	Prof. Dr. Uwe Semmelmann (IGT)
Zeit und Ort :	Di, 11.30 - 13.00 Uhr V 57.05
	Do, 11.30 - 13.00 Uhr V 57.05

In der Vorlesung sollen Operatoren vom Laplace-Typ auf (kompakten) Riemannschen Mannigfaltigkeiten mit ihren wichtigsten Eigenschaften und Anwendungen vorgestellt werden.

Ausgehend vom klassischen Laplace-Operator auf Funktionen definiert man Laplace-Operatoren auf Differentialformen und Tensoren. All dies sind elliptische Differentialoperatoren 2. Ordnung, die von fundamentaler Bedeutung in der Differentialgeometrie und Analysis sind. Sie haben wichtige Anwendungen in verschiedenen mathematischen Gebieten (z.B. der Darstellungstheorie) und vor allem auch in der Physik (in der Formulierung verschiedenster Feldgleichungen).

Das Spektrum des Laplace-Operators (also die Menge seiner Eigenwerte) enthält wichtige Informationen über die zugrundeliegende Mannigfaltigkeit, zB. kann sein Kern identifiziert werden mit der deRham-Kohomologie und liefert somit eine topologische Invariante (Satz von Hodge).

Im ersten Teil der Vorlesung werden die Voraussetzungen aus der Riemannschen Geometrie entwickelt (Geodätische, Jacobi-Felder, Normalkoordinaten, Sätze von Cartan-Hadamard und Myers). Im zweiten Teil wird der Laplace-Operator auf Formen mit ersten Eigenschaften und Beispielen eingeführt. Weitere Themen sind: explizite Spektrenberechnung (zB auf Sphären), isospektrale Mannigfaltigkeiten, Abschätzungen des ersten Eigenwertes, Wärmeleitungskern und asymptotische Entwicklung, Satz von Hodge, Bochner-Techniken.

Literatur:

M. Berger, P. Gauduchon, E. Mazet: Le Spectre d'une Variété Riemannienne
I. Chavel: Eigenvalues in Riemannian Geometry
P. Petersen: Riemannian Geometry

Voraussetzungen: Grundbegriffe der Differentialgeometrie

Internetseite: http://www.igt.uni-stuttgart.de/LstGeo/Semmelmann/Vorlesungen/DO-ss13.t