Institut für Geometrie und Topologie

Sommersemester 2025

Prof. Gregor Weingart

(Universidad Nacional Autónoma de México)

Dirac- und Laplace-Operatoren auf homogenen Räumen

24. April 2025– 16:15 Uhr
Raum 7.530

Abstract: Eine der bemerkenswertesten Einsichten der harmonischen Analysis ist, dass ein invarianter Differentialoperator auf einem kompakten homogenen Raum im wesentlichen eine Folge von Endomorphismen endlich-dimensionaler Vektorräume ist. Außer für symmetrische Räume ist es allerdings relativ kompliziert, diese Endomorphismen, die prototypischen Differentialoperatoren, explizit als Matrizen darzustellen, um ihre Spektren zu bestimmen. Speziell gerät bei dieser Konstruktion die charakteristische Differentialoperator-Eigenschaft aus dem Blick.

Um die Zerlegung in prototypische Operatoren und die Differentialoperator-Eigenschaft gleichzeitig zu benutzen zu können, ordnen wir jedem kompakten homogenen Raum eine endlich erzeugte Polynom-Algebra zu, seine Modell-Algebra, die im wesentlichen eine algebraische Beschreibung der Verzweigungsregeln für Funktionen ist. Entsprechend werden die Verzweigungsregeln für Schnitte homogener Vektorbündel durch endlich erzeugte Moduln über der Modell-Algebra algebraisch beschrieben.

Diese Modell-Algebra und die zugehörigen Modell-Moduln erlauben uns die Wahl einer geeigneten Basis für die "Multiplizitätenräume" eines homogenene Vektorbündels, in der die prototypischen Differentialoperatoren sehr einfache Matrizen haben. Diese Überlegungen und die zugehörigen Rechnungen werde ich in dem Vortrag zumindest für den Laplace-Beltrami- und den Dirac-Operator auf Berger-Sphären erläutern, gegebenenfalls auch für andere Beispiele.

Institut für Geometrie und Topologie
Pfaffenwaldring 57
70569 Stuttgart