

Bitte beachten Sie: Abhängig von Ihrem Studiengang, und je nachdem, welche Prüfungsordnung für Sie gilt, bearbeiten Sie evtl. nur einen Teil der Aufgaben der Klausur. Die Klausur ist in zwei Teile, **Teil I** und **Teil II**, aufgeteilt. Außerdem sind einige Aufgaben mit einem **Stern *** markiert:

- Wenn Sie **t.o. BWL** nach der **neuen Prüfungsordnung** von 2012 studieren, bearbeiten Sie die Aufgaben aus Teil I und Teil II, die mit einem **Stern *** markiert sind. In diesem Fall beträgt Ihre Bearbeitungszeit 120 Minuten.
- Wenn Sie die Prüfung nur über **Mathematik I bzw. Mathematik II** für Wirtschaftswissenschaftler ablegen, bearbeiten Sie jeweils nur **Teil I bzw. Teil II**. Bearbeitungszeit: 120 Minuten.
- Wenn Sie die Prüfung über **Mathematik I+II** für Wirtschaftswissenschaftler ablegen, bearbeiten Sie **alle Aufgaben**. Bearbeitungszeit: 180 Minuten.
- Fachübergreifende Schlüsselqualifikanden **FÜSQ** bearbeiten nur **Teil I**. Bearbeitungszeit: 120 Minuten.

Bitte vergewissern Sie sich, dass Sie die richtigen Aufgaben bearbeiten. Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen. Als Hilfsmittel sind zwei beliebig beschriftete DIN A4-Blätter und ein Taschenrechner zugelassen. Lösungen ohne Angabe eines nachvollziehbaren Lösungsweges können nicht gewertet werden.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Teil I

Aufgabe I.1*

(12 Punkte)

- a) Welche der nachstehenden Folgen sind konvergent, welche divergent? Bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

$$a_n := \frac{4n^3 - 3n}{2n^2 - 3n + 5}, \quad b_n := \frac{3n^4 - 2n - 1}{(n^2 - 1)^2}, \quad c_n := \frac{n}{\ln(2^n)}.$$

- b) Bestimmen Sie die folgenden Funktionengrenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}.$$

Aufgabe I.2*

(8 Punkte)

- a) Bestimmen Sie folgendes Integral mittels partieller Integration:

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx.$$

- b) Bestimmen Sie folgendes Integral mittels Substitution:

$$\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx.$$

Aufgabe I.3*

(10 Punkte)

- a) Geben Sie für die folgenden Reihen an, ob sie divergieren oder konvergieren und begründen Sie ihre Entscheidung:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n!}.$$

- b) Bestimmen Sie den Wert der folgenden Reihen:

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}.$$

Aufgabe I.4*

(6 Punkte)

In ein Bankkonto mit einem Startguthaben von 0 € werden am Anfang jedes Jahres 2.500 € eingezahlt. Das Guthaben wird jeweils zum Jahresende mit 2% verzinst.

- a) Wie hoch ist das Guthaben nach 20 Jahren?

b) Nach wie vielen Jahren übersteigt das Guthaben erstmals den Betrag von 40.000 €?

Aufgabe I.5

(8 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$.

- a) Bestimmen Sie die Intervalle in denen die Funktion monoton steigt.
- b) Bestimmen Sie die lokalen Maxima bzw. Minima von f .

Aufgabe I.6

(10 Punkte)

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem mit dem Gaußalgorithmus.

$$\begin{aligned}x - 2y + z &= 3 \\x - z &= 1 \\2x + y - 2z &= 2.\end{aligned}$$

Teil II

Aufgabe II.1*

(6 Punkte)

Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiter Ordnung der Funktion $f(x) = e^x \sin(x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Aufgabe II.2*

(10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = x^2 + 2y^2 + xy^2$. Ist $(0, 0)$ ein lokaler Extremwert von f ? Wenn ja, von welcher Art ist die Extremstelle?

Aufgabe II.3*

(10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 + 4x - 3$.

- Zeigen Sie, dass die Funktion f im Intervall $[0, 1]$ eine Nullstelle besitzt. Konvergiert das Newton-Verfahren, wenn man als Startwert $x_0 = 1$ wählt?
- Berechnen Sie die ersten zwei Iterierten x_1 und x_2 des Newton-Verfahrens zum Startwert $x_0 = 1$.

Aufgabe II.4*

(10 Punkte)

Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

- Bestimmen Sie die Determinante von A .
- Entscheiden Sie, ob A positiv oder negativ definit ist.

Aufgabe II.5

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die Flachstellen der Funktion $f(x, y) = x^3 - y^2 - 2x$ unter der Nebenbedingung $y = x - 1$.

Aufgabe II.6

(10 Punkte)

- Finden Sie eine nicht konstante Funktion $y = f(x)$, welche die Differentialgleichung $y' = y^2 e^{-x}$ löst.
- Finden Sie eine nicht konstante Funktion $y = f(x)$, welche die Differentialgleichung $y' = y \sin(x)$ löst.