

Aufgabe 52 Jede der folgenden reellen Funktionen

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = \sin(x), \quad h(x) = \exp(x^2),$$

löst genau eine der folgenden Differentialgleichungen

$$y' = 2yx, \quad y'' = -y, \quad y' = y.$$

Ordnen Sie zu und begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 53 Zeichnen Sie das Steigungsfeld, das durch die beiden folgenden Differentialgleichungen jeweils gegeben ist.

a)

$$y' = \frac{y}{x}$$

b)

$$y' = -\frac{x}{y}$$

Versuchen Sie, aufgrund der Ihrer Zeichnung möglichst viele Lösungen zu erraten.

Aufgabe 54 Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme.

a)

$$y' = yx, \quad y(0) = 1.$$

b)

$$y' = x/y, \quad y(0) = 1.$$

c)

$$y' = x^2 e^{-y}, \quad y(0) = 0.$$

d)

$$y' = y^2 e^{-x}, \quad y(1) = 1.$$

e)

$$y' = y \sin(x), \quad y(0) = 1.$$

Hinweis: Trennung der Variablen.