

Aufgabe 48

- a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Ordnung 4 von $f(x) = \cos(x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
- b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Ordnung 3 von $g(x) = \sqrt{x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.

Aufgabe 49 Bestimmen Sie das Taylorpolynom erster und zweiter Ordnung von

$$f(x, y, z) = \cos(x)e^{yz}$$

um den Punkt $(0, 0, 0)$. Berechnen Sie jeweils den Betrag der Differenz zwischen Funktionswert und Wert des Taylorpolynoms bei $(0.1, 0.1, 0.1)$.

Aufgabe 50 Gegeben sei die Funktion $f(x) = -x^4 + 2x^2 + x - 1$.

- a) Hat f eine Nullstelle im Intervall $[0, 1]$?
- b) Berechnen Sie die ersten drei Iterierten des Newtonverfahrens zum Startwert $x_0 = 0$.
- c) Konvergiert das Verfahren in b)? Falls nein, begründen Sie, warum nicht.

Aufgabe 51 Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 - x - 1$. Wir wollen die positive reelle Nullstelle von f mit dem Newtonverfahren approximieren.

- a) Bestimmen Sie ein Intervall $[a, b]$ mit $0 \leq a < b$ welches eine Nullstelle von f enthält.
- b) Prüfen Sie, ob das Newtonverfahren in diesem Intervall anwendbar ist und berechnen Sie die ersten drei Iterierten.
- c) Die positive Nullstelle von f ist $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Vergleichen Sie die Näherung mit dem exakten Wert der Nullstelle.