

Aufgabe 39 Sie die Abbildung $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$f(x, y, z) = (2x - z^2, x^3 + e^y).$$

- a) Begründen Sie, warum f differenzierbar ist.
- b) Bestimmen Sie das totale Differential $Df(x, y, z)$ in einem beliebigen Punkt $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.
- c) Bestimmen Sie jeweils in den Punkten

$$(0, 0, 0) \quad \text{und} \quad (-1, 0, 2)$$

die Jacobimatrix von f .

Aufgabe 40 Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix durch Zeilenumformungen und zusätzlich mit der Regel von Sarrus (Jägerzaunregel).

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -6 \\ 3 & 3 & 5 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 41 Welche der folgenden Matrizen sind positiv bzw. negativ definit?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 27 & 17 & -8 & 91 \\ 17 & 41 & 13 & -3 \\ -8 & 13 & -103 & \pi \\ 91 & -3 & \pi & 11 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 42 Untersuchen Sie $f(x, y, z) = xy + yz + zx + x^2 + y^2 + z^2$ auf $\mathbb{R}^3$ auf lokale Extremstellen.