

Aufgabe 50 Welche der folgenden Matrizen sind positiv bzw. negativ definit?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 27 & 17 & -8 & 91 \\ 17 & 41 & 13 & -3 \\ -8 & 13 & -103 & \pi \\ 91 & -3 & \pi & 11 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 51

- Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = \sin(x) \cdot \cos(y)$. Entscheiden Sie, ob $(\pi/2, 0)$ ein lokales Maximum oder Minimum von f ist.
- Gegeben sei die Funktion $g(x, y) = (x + y) \cdot e^{-x^2 - y^2}$. Zeigen Sie, dass $(1/2, 1/2)$ ein lokales Maximum der Funktion g ist. Finden Sie ein lokales Minimum von g .

Aufgabe 52 Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^2 + xz + 3z + 1.$$

- Bestimmen Sie den Punkt (x_1, y_1, z_1) mit $\nabla f(x_1, y_1, z_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
- Entscheiden Sie ob es sich bei (x_1, y_1, z_1) um ein lokales Maximum oder Minimum handelt.

Aufgabe 53

- Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Ordnung 3 von $f(x) = \ln(1 + x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
- Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Ordnung 3 von $g(x) = \frac{1}{1-x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Aufgabe 54

- Gegeben sei das quadratische Polynom $f(x) = x^3 - a$ mit $0 < a \in \mathbb{R}$. Wo liegt die Nullstelle von f ? Ist das Newtonverfahren zur Berechnung der Nullstelle stets anwendbar?
- Approximieren Sie $\sqrt[3]{2}$ mit dem Newtonverfahren.

Aufgabe 55 Bestimmen Sie die folgenden Integrale

$$\int_0^1 e^{-2x} dx, \quad \int_0^\pi 2x \cdot \cos(x^2) dx, \quad \int_0^\pi x \cdot \cos(x) dx.$$