

Aufgabe 31 Berechnen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration.

a) $\int_0^1 x^2 e^x dx.$

(Hinweis: Integrieren Sie zweimal partiell).

b) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(x) dx.$

(Hinweis: Nutzen Sie nach der part. Integration die Identität $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$).

c) $\int_1^e \ln(x) dx.$

(Hinweis: $\ln(x) = \ln(x) \cdot 1$).

Aufgabe 32 Berechnen Sie die folgenden Integrale durch Substitution.

a) $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx.$

b) $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx.$

c) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx.$ (Hinweis: Man setze $x = \sin(t)$).

Aufgabe 33 Es seien $f, g: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ zweimal differenzierbar. Zeigen Sie folgende Identitäten für die Elastizitäten $E_f(x)$ bzw. $E_g(x)$ von $f(x)$ bzw. $g(x)$.

a) $E_{fg}(x) = E_f(x) + E_g(x).$

b) $E_{\frac{1}{f}}(x) = -E_f(x).$

c) $E_{\frac{f}{g}}(x) = E_f(x) - E_g(x).$

Aufgabe 34

a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Ordnung 4 von $f(x) = \cos(x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Ordnung 3 von $g(x) = \sqrt{x}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.