

Aufgabe 6

- a) Bestimmen Sie alle Abbildungen $\{1, 2\} \rightarrow \{3, 4\}$.
b) Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv, welche surjektiv?
 $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, n \mapsto n + 1, \quad g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, n \mapsto (n - 2)^2 + 1, \quad h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, z \mapsto z + 1.$
c) Bestimmen Sie alle bijektiven Abbildungen $\{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$.
d) Sei $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und $N = \{1, 2, 3, 4\}$ und sei $F: M \rightarrow N$ gegeben durch

$$1 \mapsto 1, \quad 2 \mapsto 4, \quad 3 \mapsto 1, \quad 4 \mapsto 4, \quad 5 \mapsto 3.$$

Bestimmen Sie $f(M)$, $f(\{1, 2, 3, 4\})$ und $f^{-1}(\{2, 3\})$.

Aufgabe 7 Welche der Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sind konvergent?

- a) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$.
b) $a_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$.
c) $a_n = n^n$.
d) $a_n = n^{-n}$.

Begründen Sie Ihre Antworten und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

Aufgabe 8 Berechnen Sie:

$$\sum_{i=0}^{15} \frac{1}{2^i}.$$

Aufgabe 9 In ein Bankkonto werden am Anfang jedes Jahres 1.500 € eingezahlt. Das Guthaben wird jeweils zum Jahresende mit 3% verzinst.

- a) Wie hoch ist das Guthaben nach 25 Jahren?
b) Nach wie vielen Jahren übersteigt das Guthaben erstmals den Betrag von 20.000 €?