

### Aufgabe 1

- a) Schreiben Sie als Dezimalbruch:  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{3}{7}$ . Schreiben Sie die folgenden Zahlen in der Form  $\frac{m}{n}$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , mit  $m$  und  $n$  teilerfremd:  $0,001$ ;  $0,0\bar{9}$ ;  $\frac{108}{459}$ .
- b) Welche der folgenden Zahlen sind rational:

$$a = \sqrt{7}, \quad b = \sum_{k=1}^{100} \frac{k^7}{k+1}, \quad c = \sqrt{256} ?$$

Begründen Sie Ihre Antworten.

**Aufgabe 2** Bestimmen Sie die Menge der reellen Zahlen, die folgende Ungleichung erfüllen:

$$|x + 7| + 2x - |4x| \geq 0.$$

### Aufgabe 3

- a) Berechnen Sie:

$$\sum_{p=3}^4 p^2, \quad \prod_{k=-2}^1 (k^2 + 1), \quad \prod_{n=-999}^{888} n.$$

- b) Berechnen Sie  $9998^2$  mit Hilfe des Binomischen Lehrsatzes.

### Aufgabe 4

- a) Berechnen Sie die Anzahl der 3-elementigen Teilmengen von  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  mit Hilfe des Binomialkoeffizienten.
- b) Ermitteln Sie alle 3-elementigen Teilmengen von  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .
- c) Bestimmen Sie die Anzahl der 6-elementigen Teilmengen einer Mengen mit 49 Elementen.

**Aufgabe 5** Wir betrachten

$$s(n) := \sum_{k=1}^n k,$$

d.h.  $s(n)$  ist die Summe der ersten  $n$  natürlichen Zahlen, z.B. gilt  $s(4) = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ . Wir wollen den Beweis führen, dass die Formel

$$s(n) = \frac{1}{2}n(n+1)$$

für alle natürlichen Zahlen  $n$  gilt. Gehen Sie beim Beweis wie folgt vor: Setzen Sie  $g(n) := \frac{1}{2}n(n+1)$ . Überprüfen Sie, dass die Formel für  $n = 1$  gilt, dass also  $s(1) = g(1)$  richtig ist. Rechnen Sie nun nach, dass stets gilt:  $g(n+1) = g(n) + n + 1$ . Warum zeigt dies, dass  $s(n) = g(n)$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  richtig ist?