**Schulmathematik vom höheren Standpunkt** **Prof. Dr. W. Kimmerle**
**WS 2015/16**

# Übungsblatt 1

**Aufgabe 1:**

Seien in der Ebene zwei verschiedene Punkte $P, Q$ gegeben. Zeigen Sie geometrisch, dass man mit Zirkel und Lineal ein regelmäßiges Sechseck bzw. ein regelmäßiges Fünfeck konstruieren kann, die $P$ als Mittelpunkt und $Q$ als Ecke besitzen.

**Aufgabe 2:**

Zeigen Sie algebraisch, dass man aus zwei verschiedenen Punkten mit Zirkel und Lineal ein regelmäßiges Sechseck bzw. ein regelmäßiges Fünfeck konstruieren kann.

**Aufgabe 3:**

(Wiederholung aus der Algebra) Ist $K$ ein Teilkörper des Körpers $L$, dann kann man $L$ in natürlicher Weise als $K$ - Vektorraum auffassen, indem die Skalarmultipliation durch die Multiplikation in $L$ definiert wird.
Zeigen Sie: Sind $K$ und $Z$ Teilkörper des Körpers $L$ mit $K \subset Z$. $L$ sei als $K$ - Vektorraum endlich dimensional. Dann gilt:

$$dim_K L = dim_Z L \cdot dim_K Z.$$

**Aufgabe 4:**

Sei $K$ ein Teilkörper von $\mathbb{C}$. Die reelle Ebene $\mathbb{R}^2$ werde mit $\mathbb{C}$ identifiziert. $Kr(K)$ bezeichne die Menge der Kreise in $\mathbb{R}^2$ , deren Mittelpunkt in $K$ liegt und deren Radius gleich dem Abstand zweier Elemente von $K$ ist. Zeigen Sie:
Ist $z$ Schnittpunkt zweier verschiedener Kreise von $Kr(K)$, dann gibt es ein $w \in K$, so dass $z \in K(\sqrt{w})$.
Hierbei bezeichnet $K(\sqrt{w})$ den kleinsten Teilkörper von $\mathbb{C}$ der $K$ und $\pm\sqrt{w}$ enthält.

**Aufgabe 5:**

Zeigen Sie: Sei $p$ eine Fermatsche Primzahl, also von der Form $p = 2^n + 1, n \in \mathbb{N}_o$. Dann ist $n$ eine Potenz von 2.
Für $m \in \mathbb{N}_o$ sei $F_m := 2^{2^m} + 1$. Zeigen Sie: $F_5$ ist keine Primzahl.
Zur Lösung der letzten Frage ist es legitim in Literatur oder Internet nach einer Faktorisierung zu suchen. Das Ergebnis sollten Sie dann aber selbst von Hand kontrollieren.