

**Ankündigung
Vorlesung
Sommersemester
2022**

Riemannsche Geometrie

Prof. Uwe Semmelmann

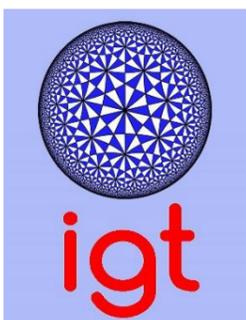
Eine Riemannsche Mannigfaltigkeiten ist eine differenzierbare Mannigfaltigkeit zusammen mit einer Riemannschen Metrik, also einer Familie von euklidischen Skalarprodukten auf den Tangentialräumen an die Mannigfaltigkeit. Über die Metrik wird dann die Riemannsche Krümmung definiert (zusammen mit Ricci- und Skalarkrümmung), die ein Ausdruck in den partiellen Ableitungen der Komponenten der Metrik ist. Spezielle Voraussetzungen an die Krümmung führen dann automatisch auf geometrisch motivierte partielle Differentialgleichungen. Hiermit eröffnet sich ein großes Feld von interessanten Fragestellungen im Zusammenspiel von Analysis, Topologie und Geometrie, mit großer Relevanz auch in der theoretischen Physik, etwa in der Relativitäts- oder String-Theorie.

Das Ziel der Vorlesung ist es, die Grundlagen der Riemannschen Geometrie einzuführen, wichtige Probleme und ihre Lösungen vorzustellen bzw. den aktuellen Stand der Forschung zu skizzieren. Ein erstes Thema ist zum Beispiel die Klassifikation von Riemannschen Mannigfaltigkeiten konstanter Krümmung. Die Frage nach konstanter Ricci-Krümmung lässt sich dann schon nicht mehr vollständig beantworten. Die entsprechenden Metriken, sogenannte Einstein-Metriken, spielen auch in der Physik eine wichtige Rolle als Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen. Auch ohne vollständige Klassifikation gibt es hier viele interessante Ergebnisse, die in der Vorlesung vorgestellt werden sollen. Ein weiteres wichtiges Thema der Vorlesung sind die Konsequenzen, die sich aus der Annahme von positiver Krümmung ergeben. Diese führt auf Einschränkungen der Topologie der zugrundeliegenden Mannigfaltigkeit, zum Beispiel kann man zeigen, dass die Fundamentalgruppe endlich sein muss.

Literatur:

- S. Gallot, D. Hulin, J. Lafontaine: Riemannian Geometry
- B. O'Neill: Semi-Riemannian Geometry
- Petersen: Riemannian Geometry, GTM 192

Wünschenswerte Vorkenntnisse wären: Topologie und Differentialgeometrie.



Institut für Geometrie und Topologie

Pfaffenwaldring 57
70569 Stuttgart