

Hauptseminar: Einstein-Metriken

Uwe Semmelmann (IGT)

31. Januar 2022

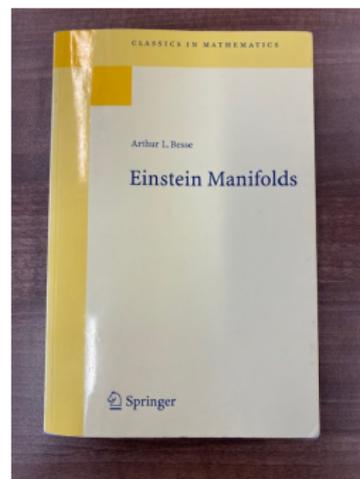
Inhalt und Ziel des Seminars

Einstein-Metriken sind Metriken konstanter Ricci-Krümmung und verallgemeinern daher die Metriken konstanter Krümmung, auf der Sphäre und dem euklidischen bzw dem hyperbolischen Raum. Sie sind Lösungen einer geometrisch formulierten partiellen DGL und lassen sich auch als kritische Punkte des Hilbert-Funktional auf dem Raum aller Riemannschen Metriken beschreiben. Einstein-Metriken sind oft mit speziellen geometrischen Strukturen verbunden. Ab Dimension 5 ist es noch nicht geklärt, ob jede Mannigfaltigkeit eine Einstein-Metrik besitzt. Einstein-Metrik sind motiviert durch die Einstein-Feldgleichung der allgemeinen Relativitätstheorie. Wichtige Raum-Zeit Modelle sind spezielle Einstein-Metriken.

Im Seminar sollen Einstein-Metriken definiert werden, ihre wichtigsten Eigenschaften bewiesen und wichtige Beispiele vorgestellt werden.

Literatur:

A. Besse: Einstein manifolds
(Springer, Classics in Mathematics)



Weitere Literatur ist z.B:

- B. O'Neill: Semi-Riemannian Geometry
- F. Warner: Foundations of differentiable Manifolds and Lie groups, Graduate Text in Mathematics 94
- Petersen: Riemannian Geometry, GTM 192

Möglicher Vortragsplan, Teil 1:

- **1. Vortrag: Wiederholung Differentialgeometrie**
Lie Gruppen und homogene Räume, Mannigfaltigkeiten mit Gruppen Wirkungen
- **2. Vortrag: Einführung in die Riemannsche Geometrie**
Levi-Civita Zusammenhang, Krümmungstensor, Ricci und Skalar-Krümmung
- **3. Vortrag: Definition Einstein-Metriken I**
Definition und erste Eigenschaften
- **4. Vortrag: Definition Einstein-Metriken II**
erste Beispiele, Einstein Metriken in Dimension 2 und 3
- **5. Vortrag: Die Hitchin-Thorpe Ungleichung**
Einstein Metriken in Dimension 4
- **6. Vortrag: Das Einstein-Hilbert Funktional**
Einstein-Metriken als kritische Punkte des EH Funktionals

Möglicher Vortragsplan, Teil 2:

- **7. Vortrag: Einstein-Metriken auf Lie-Gruppen**
Milnor Metrik auf $SU(2)$, Jensen-Metrik
- **8. Vortrag: Einstein-Metriken mit Symmetrie I**
Einstein Metriken auf homogenen Räumen
- **9. Vortrag: Einstein-Metriken mit Symmetrie II**
Einstein Metriken auf Räumen der Kohomogenität 1
- **10. Vortrag: Riemannsche Submersionen**
Einstein-Metriken in der kanonischen Variation
- **11. Vortrag: Allgemeine Relativitätstheorie**
Robertson-Walker Raumzeit, Friedman Modell
- **12. Vortrag: Spezielle Holonomie und Einstein Metriken**
Calabi-Yau, Hyperkähler, G_2 - und $Spin(7)$ Mannigfaltigkeiten.

Vorkenntnisse, Kontakt, Fragen, Anmeldung:

- Vorkenntnisse: wünschenswert wären: Topologie, Differentialgeometrie, Riemannsche Geometrie
- Anmeldung per Email:
uwe.semmelmann@mathematik.uni-stuttgart.de
- Vortragsliste wird auf der homepage bereitgestellt
- Vortragsvergabe und Vorbesprechung: per Email